

2018 UPGRADE

“문제를 풀어주는 곳은 많습니다. 그러나 문제를 풀수 있도록 만들어 주는곳은 전기스쿨 뿐 입니다.”

‘김대호’기술사 1:1 학습상담 부터 1:1 학습지도 및 학습문답 진행

시작페이지 즐겨찾기

로그인

회원가입

장바구니

전기스쿨소개

고객센터

업데이트 : 2018.01.16



나의 강의실 커뮤니티 맞춤강의선택 단과반 전기(산업)기사 공사(산업)기사 기술사 교재 Shop

회원가입 / MEMBER SNS LOGIN



OPEN

ID저장 자동로그인

로그인

홈 > 커뮤니티 > 학습자료 > 상세보기

COMMUNITY

무료학습 [50]

합격수기 [55]

학습자료 [625]

자유게시판 [1289]

전기스쿨 이벤트 [9]

문제복원 게시판 [371]

문제복원 자료실 [37]

관리자용 [172]

✓ 학습자료

이 모든것을 김대호기술사가 직접교육합니다.

합격

을 위한 **전기스쿨 프리미엄 학습시스템**

등영상학습 + 생방송교육과 학습 + 실시간SNS문답

"전기스쿨은 우리나라에서 가장 많은 합격자를 배출하는 sns스터디모임 입니다."

<http://전기기사.한국> | <http://전기자격증.한국>

김대호

2018-01-16 21:57:27

삼각함수 배각공식 반각공식 조회 1 추천 0

글자크게

글자작게

1. 삼각함수의 합의 공식(덧셈정리) 증명

나만의 학습비법

친구들과 공유하자



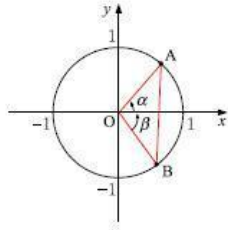
프리미엄패스

전기스쿨 전과정을 PC와 모바일로 자유롭게 학습하세요.

전기스쿨 프리미엄패스는 가장 경제적인 학습 방법입니다.

삼각함수의 덧셈정리

두 각 α, β 의 차 $\alpha + \beta$ 의 삼각함수를 각 α, β 에 대한 삼각함수를 사용하여 나타내는 방법에 대하여 알아보자.



왼쪽 그림과 같이 각의 크기가 $\alpha, -\beta$ 를 나타내는 동경과 단위원 O의 교점을 각각 A, B라 하면

$$A(\cos \alpha, \sin \alpha), B(\cos(-\beta), \sin(-\beta))$$

이고, $\angle AOB = \alpha + \beta$ 이다.

이 때, $\triangle AOB$ 에서 코사인법칙에 의하여

$$\overline{AB}^2 = \overline{OA}^2 + \overline{OB}^2 - 2\overline{OA} \overline{OB} \cos(\alpha + \beta) \quad \dots \textcircled{1}$$

이다. 그런데 두 점 A, B 사이의 거리가

$$\begin{aligned} \overline{AB}^2 &= \{\cos \alpha - \cos(-\beta)\}^2 + \{\sin \alpha - \sin(-\beta)\}^2 \\ &= (\cos \alpha - \cos \beta)^2 + (\sin \alpha + \sin \beta)^2 \\ &= 2 - 2(\cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta) \end{aligned}$$

이고, $\overline{OA} = \overline{OB} = 1$

이므로 이것을 ①에 대입하여 정리하면

$$2 - 2(\cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta) = 2 - 2\cos(\alpha + \beta)$$

따라서,

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta \quad \dots \textcircled{2}$$

이다. 이것을 코사인의 덧셈정리라고 한다.

코사인의 덧셈정리

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

에 α 대신 $\alpha - \frac{\pi}{2}$ 를 대입하면

$$\cos\left(\alpha + \beta - \frac{\pi}{2}\right) = \cos\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right) \cos \beta - \sin\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right) \sin \beta$$

가 성립한다. 따라서

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \sin \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

이다. 이것을 사인의 덧셈정리라고 한다.

2. 배각 공식 증명

사인의 덧셈정리 $\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$ 에서 $\beta = \alpha$ 로 놓으면

$$\sin(\alpha + \alpha) = \sin \alpha \cos \alpha + \cos \alpha \sin \alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

즉, $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$

이다. 이 식을 사인의 배각공식이라고 한다.

또, 코사인의 덧셈정리 $\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$ 에서 $\beta = \alpha$ 로 놓으면

$$\cos(\alpha + \alpha) = \cos \alpha \cos \alpha - \sin \alpha \sin \alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

그런데 $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ 이므로

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1$$

이다. 이 식을 코사인의 배각공식이라고 한다.

같은 방법으로 탄젠트의 덧셈정리를 이용하면

$$\tan 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha}$$

가 성립함을 알 수 있다. 이 식을 탄젠트의 배각공식이라고 한다.

이상을 정리하면 다음과 같다.

- ① $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$
- ② $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1$
- ③ $\tan 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha}$

위 공식을 삼각함수의 배각공식이라고 한다.

3. 반각 공식 (증명)

코사인의 배각공식

$$\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2 \alpha = 2\cos^2 \alpha - 1$$

에서 α 대신 $\frac{\alpha}{2}$ 를 대입하면

$$\cos \alpha = 1 - 2\sin^2 \frac{\alpha}{2} = 2\cos^2 \frac{\alpha}{2} - 1$$

이므로 $\sin^2 \frac{\alpha}{2} = \frac{1 - \cos \alpha}{2}$, $\cos^2 \frac{\alpha}{2} = \frac{1 + \cos \alpha}{2}$

이다. 또 위 식에서

$$\tan^2 \frac{\alpha}{2} = \frac{1 - \cos \alpha}{1 + \cos \alpha}$$

임을 알 수 있다. 이상을 정리하면 다음과 같다.

- ① $\sin^2 \frac{\alpha}{2} = \frac{1 - \cos \alpha}{2}$
- ② $\cos^2 \frac{\alpha}{2} = \frac{1 + \cos \alpha}{2}$
- ③ $\tan^2 \frac{\alpha}{2} = \frac{1 - \cos \alpha}{1 + \cos \alpha}$

위 공식을 삼각함수의 반각공식이라고 한다.

[출처] 삼각함수 합성 공식(2배각 공식, 반각공식 등) 증명 | 작성자 와우샘



추천 소스보기

수정 삭제 답변 목록보기