

2018 UPGRADE

“문제를 풀어주는 곳은 많습니다. 그러나 문제를 풀수 있도록 만들어 주는곳은 전기스쿨 뿐 입니다.”

‘김대호’기술사 1:1 학습상담 부터 1:1 학습지도 및 학습문답 진행

COMMUNITY

무료학습 [50]

합격수기 [53]

학습자료 [600]

자유게시판 [1287]

전기스쿨 이벤트 [9]

문제복원 게시판 [371]

문제복원 자료실 [37]

관리자용 [168]

나만의 학습비법

친구들과 공유하자



프리미엄패스

전기스쿨 진과정을 PC와 모바일로 자유롭게 학습하세요.

전기스쿨 프리미엄패스는 가장 경제적인 학습 방법입니다.

학습자료

이 모든것을 김대호기술사가 직접교육합니다. 합격 을 위한 전기스쿨 프리미엄 학습시스템 동영상학습 + 생방송교육과 학습 + 실시간SNS문답

“전기스쿨은 우리나라에서 가장 많은 합격자를 배출하는 sns스터디모임 입니다.”

http://전기기사.한국 | http://전기자격증.한국

김대호 교수

2017-02-21 02:01:30

부분분수 전개방법 조회 103 추천 4

글자크게 글자작게

첨부파일 : 1514351536-32.pdf

(1) 분모가 일차식으로만 인수분해될 때

(s-d) / ((s-a)(s-b)(s-c)) = p / (s-a) + q / (s-b) + r / (s-c)

로 부분분수 전개를 할 때 각 항의 분자 p, q, r 을 구해봅시다.

p / (s-a) + q / (s-b) + r / (s-c) = p / (s-a) + U(s) 라 두면

(s-d) / ((s-a)(s-b)(s-c)) = p / (s-a) + U(s)

양변에 s-a 를 곱하면

(s-d) / ((s-b)(s-c)) = (s-a)U(s) + p

s=a 를 대입하면

p = [(s-d) / ((s-b)(s-c))]_{s=a}

같은 방법으로

$$q = \left[\frac{s-d}{(s-a)(s-c)} \right]_{s=b}$$

$$r = \left[\frac{s-d}{(s-a)(s-b)} \right]_{s=c}$$

이제 분모에 일차식의 거듭제곱이 있을 경우를 생각해봅시다.

$$\frac{s-c}{(s-a)^3(s-b)} = \frac{p}{(s-a)^3} + \frac{q}{(s-a)^2} + \frac{r}{s-a} + \frac{t}{s-b}$$

$$\frac{p}{(s-a)^3} + \frac{q}{(s-a)^2} + \frac{r}{s-a} + \frac{t}{s-b} = \frac{p}{(s-a)^3} + U(s) \text{ 라 두면}$$

$$\frac{s-c}{(s-a)^3(s-b)} = \frac{p}{(s-a)^3} + U(s)$$

$$\frac{s-c}{s-b} = (s-a)^3 U(s) + p$$

$s=a$ 를 대입하면

$$\therefore p = \left[\frac{s-c}{s-b} \right]_{s=a}$$

$$\frac{p}{(s-a)^3} + \frac{q}{(s-a)^2} + \frac{r}{s-a} + \frac{t}{s-b} = \frac{q}{(s-a)^2} + U(s) \text{ 라 두면}$$

$$\frac{s-c}{(s-a)^3(s-b)} = \frac{q}{(s-a)^2} + U(s)$$

$$\frac{s-c}{s-b} = (s-a)^3 U(s) + q(s-a)$$

양변을 s 에 대해 미분하면

$$\frac{d}{ds} \left(\frac{s-c}{s-b} \right) = 3(s-a)^2 U(s) + (s-a)^3 U'(s) + q$$

$s=a$ 를 대입하면

$$\therefore q = \left[\frac{d}{ds} \left(\frac{s-c}{s-b} \right) \right]_{s=a}$$

$$\frac{p}{(s-a)^3} + \frac{q}{(s-a)^2} + \frac{r}{s-a} + \frac{t}{s-b} = \frac{r}{s-a} + U(s) \text{ 라 두면}$$

$$\frac{s-c}{(s-a)^3(s-b)} = \frac{r}{s-a} + U(s)$$

$$\frac{s-c}{s-b} = (s-a)^3 U(s) + r(s-a)^2$$

양변을 s 에 대해 미분하면

$$\frac{d}{ds} \left(\frac{s-c}{s-b} \right) = 3(s-a)^2 U(s) + (s-a)^3 U'(s) + 2r(s-a)$$

다시 양변을 s 에 대해 미분하면

$$\frac{d^2}{ds^2} \left(\frac{s-c}{s-b} \right) = 6(s-a)U(s) + 6(s-a)^2 U'(s) + (s-a)^3 U''(s) + 2r$$

$s=a$ 를 대입하면

$$\therefore r = \left[\frac{1}{2} \frac{d^2}{ds^2} \left(\frac{s-c}{s-b} \right) \right]_{s=a}$$

$$\frac{p}{(s-a)^3} + \frac{q}{(s-a)^2} + \frac{r}{s-a} + \frac{t}{s-b} = \frac{t}{s-b} + U(s) \text{ 라 두면}$$

$$\frac{s-c}{(s-a)^3(s-b)} = \frac{t}{s-b} + U(s)$$

$$\frac{s-c}{(s-a)^3} = (s-b)U(s) + t$$

$s=b$ 를 대입하면

$$\therefore t = \left[\frac{s-c}{(s-a)^3} \right]_{s=b}$$

일반적으로 아래와 같습니다.

$$\frac{q(s)}{(s-a)^n p(s)} = \frac{c_1}{(s-a)^n} + \frac{c_2}{(s-a)^{n-1}} + \frac{c_3}{(s-a)^{n-2}} + \frac{c_4}{(s-a)^{n-3}} + \dots$$

$$c_1 = \left[\frac{1}{0!} \left(\frac{q(s)}{p(s)} \right) \right]_{s=a}$$

$$c_2 = \left[\frac{1}{1!} \cdot \frac{d}{ds} \left(\frac{q(s)}{p(s)} \right) \right]_{s=a}$$

$$c_3 = \left[\frac{1}{2!} \cdot \frac{d^2}{ds^2} \left(\frac{q(s)}{p(s)} \right) \right]_{s=a}$$

$$c_4 = \left[\frac{1}{3!} \cdot \frac{d^3}{ds^3} \left(\frac{q(s)}{p(s)} \right) \right]_{s=a}$$

.....

(예제)

$$\frac{48}{s(s-1)^2(s+1)^4} = \frac{a}{s} + \frac{b_1}{(s-1)^2} + \frac{b_2}{s-1} + \frac{c_1}{(s+1)^4} + \frac{c_2}{(s+1)^3} + \frac{c_3}{(s+1)^2} + \frac{c_4}{s+1}$$

$$a = \left[\frac{48}{(s-1)^2(s+1)^4} \right]_{s=0} = \frac{48}{(-1)^2 \cdot 1^4} = 48$$

$$b_1 = \left[\frac{48}{s(s+1)^4} \right]_{s=1} = \frac{48}{1 \cdot 2^4} = 3$$

$$b_2 = \left[\frac{d}{ds} \left(\frac{48}{s(s+1)^4} \right) \right]_{s=1} = \left[-\frac{48(5s+1)}{s^2(s+1)^5} \right]_{s=1} = -\frac{48 \cdot 6}{1^2 \cdot 2^5} = -9$$

$$c_1 = \left[\frac{48}{s(s-1)^2} \right]_{s=-1} = \frac{48}{(-1) \cdot (-2)^2} = -12$$

$$c_2 = \left[\frac{d}{ds} \left(\frac{48}{s(s-1)^2} \right) \right]_{s=-1} = \left[-\frac{48(3s-1)}{s^2(s-1)^3} \right]_{s=-1} = -\frac{48 \cdot (-4)}{(-1)^2 \cdot (-2)^3} = -24$$

$$c_3 = \left[\frac{1}{2!} \cdot \frac{d^2}{ds^2} \left(\frac{48}{s(s-1)^2} \right) \right]_{s=-1} = \frac{1}{2} \left[\frac{96(6s^2-4s+1)}{s^3(s-1)^4} \right]_{s=-1} = \frac{96 \cdot 11}{2 \cdot (-1)^3 \cdot (-2)^4} = -33$$

$$c_4 = \left[\frac{1}{3!} \cdot \frac{d^3}{ds^3} \left(\frac{48}{s(s-1)^2} \right) \right]_{s=-1} = \frac{1}{6} \left[-\frac{96(30s^3-30s^2+15s-3)}{s^4(s-1)^5} \right]_{s=-1} = -\frac{96 \cdot (-78)}{6 \cdot (-1)^4 \cdot (-2)^5} = -39$$

$$\therefore \frac{48}{s(s-1)^2(s+1)^4} = \frac{48}{s} + \frac{3}{(s-1)^2} - \frac{9}{s-1} - \frac{12}{(s+1)^4} - \frac{24}{(s+1)^3} - \frac{33}{(s+1)^2} - \frac{39}{s+1}$$

(2) 분모가 2차 이상의 식으로 인수분해될 때

이 때는 미정계수법을 이용하여 문제를 해결합니다.

$$\frac{7s}{(s-1)(s^2+2s+4)} = \frac{a}{s-1} + \frac{bs+c}{s^2+2s+4}$$

위와 같이 부분분수 전개될 때 a, b, c 를 구해봅시다.

참고로 부분분수 전개될 때 분모가 n차식이면 분자는 (n-1)차식으로 두어야 합니다.

위 문제의 경우 s-1의 분자는 상수항, s²+2s+4의 분자는 일차식으로 두어야 합니다.

우변을 통분하면

$$\frac{a}{s-1} + \frac{bs+c}{s^2+2s+4} = \frac{a(s^2+2s+4) + (bs+c)(s-1)}{(s-1)(s^2+2s+4)} = \frac{(a+b)s^2 + (2a-b+c)s + (4a-c)}{(s-1)(s^2+2s+4)}$$

따라서

$$\frac{7s}{(s-1)(s^2+2s+4)} = \frac{(a+b)s^2 + (2a-b+c)s + (4a-c)}{(s-1)(s^2+2s+4)}$$

이 되며

분자를 비교하면

$$7s = (a+b)s^2 + (2a-b+c)s + (4a-c)$$

위 식은 s의 값에 관계없이 항상 성립해야 하는 s에 대한 항등식이므로 양변의 계수가 서로 같아야 합니다.

$$a+b=0, 2a-b+c=7, 4a-c=0$$

연립하여 풀면

$$a=1, b=-1, c=4$$

$$\therefore \frac{7s}{(s-1)(s^2+2s+4)} = \frac{1}{s-1} + \frac{-s+4}{s^2+2s+4} = \frac{1}{s-1} - \frac{s-4}{s^2+2s+4}$$

※ 두번째 방법은 분모가 일차식의 곱으로만 인수분해되는 식에서도 사용할 수 있으며

더 이상 인수분해가 되지 않는 이차식을 복수소를 포함하는 일차식으로 인수분해하여 첫번째 방법으로 해결할 수도 있습니다.

$$ex) \frac{2}{s(s^2+1)} = \frac{2}{s(s+i)(s-i)} = \frac{a}{s} + \frac{b}{s+i} + \frac{c}{s-i}$$

$$a = \left[\frac{2}{s^2+1} \right]_{s=0} = 2$$

$$b = \left[\frac{2}{s(s-i)} \right]_{s=-i} = \frac{2}{(-i) \cdot (-2i)} = -1$$

$$c = \left[\frac{2}{s(s+i)} \right]_{s=i} = \frac{2}{i \cdot 2i} = -1$$

$$\therefore \frac{2}{s(s^2+1)} = \frac{2}{s} - \frac{1}{s+i} - \frac{1}{s-i}$$



추천 소스보기

수정 삭제 답변 목록보기

